

# FASE REGIONAL 6 de mayo de 2023

Apellidos:	
Nombre:	
Colegio:	
Localidad:	

<u>NOTA:</u> Por favor, RELLENA ESTA HOJA CON LETRAS MAYÚSCULAS y no pongas nada en la casilla N.º

#### **RECUERDA LAS INSTRUCCIONES:**

- ✓ No pongas el nombre ni ningún otro dato personal en ninguna de las hojas de la prueba.
- ✓ No escribas nada en ninguno de los recuadros que hay en cada una de las hojas arriba a la derecha.
- ✓ <u>Cada problema se hace en su hoja</u> y si te falta sitio, pides un folio que se grapará al examen detrás de la hoja del problema.
- ✓ No se entregarán hojas para escribir en sucio. Para ello, puedes usar la propia hoja del problema y si te falta sitio después, pedir otra hoja que se añade, tal como figura en el punto anterior. Puedes tachar lo que quieras.
- ✓ Sólo se puede tener sobre la mesa bolígrafos o lápices, borrador si quieres y la prueba, que en ningún caso se puede desgrapar. Calculadora NO. Tampoco otro dispositivo electrónico.
- ✓ Hay que explicar lo que se hace dando razones, de cualquier forma que se sepa o se pueda explicar.

  Presta atención a los enunciados de los problemas, en algunos se exige explicar las respuestas.
- ✓ Si tienes alguna duda no la preguntes en voz alta. Antes lee el enunciado de nuevo con atención. Seguro que lo entiendes mejor.
- ✓ Cuando hayas entregado la prueba has de buscar a tus profesores o acompañantes.

**Y ANTE TODO**, disfruta este tiempo que pasas pensando cómo resolver los problemas propuestos. Ten en cuenta que un concurso como éste, con problemas no previstos, no es como un examen habitual. Puedes desempeñar un papel muy bueno, aunque no lo resuelvas entero correctamente. En cada problema cuenta lo que hagas y cómo lo hagas, aunque no hayas completado la solución a un apartado o te falten algunos apartados por contestar.

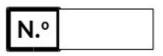
¡ÁNIMO Y BUENA SUERTE!











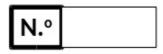
2.º de ESO











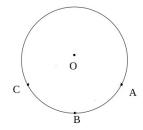
2.º de ESO

### XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

#### **PROBLEMA 1**

## **Apartado A**

Observa el círculo. En él hay marcados 4 puntos O, B, C y D, uno en el centro del círculo y tres en la circunferencia. Las distancias OA, AB y BC son iguales.



- a) Uniendo los puntos O con A, A con B, B con C y C con O, ¿qué polígono obtenemos?
- **b)** ¿Cuántos polígonos puedes construir iguales al OABC, a la vez, en ese mismo círculo, sin que se solapen? Explica por qué, sin hacer el dibujo.

<u>Nota</u>: los nuevos polígonos han de tener (como en el caso del primer polígono) tres de sus vértices en la circunferencia y el cuarto en el centro del círculo.

c) Sabiendo que la longitud de la circunferencia es 628 cm, calcula el área del polígono OABC. (Toma  $\pi=3,14$ )

## **Apartado B**

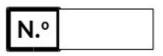
Los alumnos de una asignatura han solicitado que se les conceda un 25 % más de tiempo para hacer el examen tipo test. Pero la profesora no puede reservar el aula por más tiempo del que tenía previsto, así que decide poner menos preguntas para que los alumnos tengan un 25 % más de tiempo para responder a cada pregunta. Si tenía pensado poner un número  $\boldsymbol{n}$  de preguntas tipo test, ¿cuántas preguntas tendrá que poner ahora? (Expresa la solución en función de n).











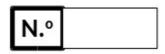
2.º de ESO











2.º de ESO

#### XXXIII Olimpiada Matemática de la Región de Murcia

#### **PROBLEMA 2**

### **Apartado A**

- a) Mil veinticuatro parejas de personas en edad de procrear se han instalado en un pueblo de la España vaciada. Se han comprometido a tener un hijo por año, hasta que nazca una niña y, a partir de ese nacimiento, ya no tener más hijos. Sabiendo que la probabilidad de que nazca un niño o una niña es del 50 %, al cabo de 8 o 9 años, ¿cuál de estas tres situaciones crees que se dará en ese pueblo?
  - Seguirá habiendo más o menos la misma cantidad de hombres que de mujeres.
  - El número de varones será mucho mayor que el de mujeres.
  - El número de mujeres será muy superior al de varones.
     Razona la respuesta.

**Nota:** durante ese período de tiempo, el número de parejas en edad de tener hijos se mantiene estable.

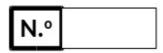
b) Suponiendo que el número de migrantes en España no altera el porcentaje entre mujeres y hombres y que todas las parejas tomaran esa curiosa decisión respecto a tener hijos (hasta que naciera una niña, y ya no tener más hijos) durante 100 años, al cabo de esos 100 años, ¿habría un desajuste entre el número de varones y de mujeres en España, o habría más o menos la misma cantidad de personas de ambos sexos? Explica tu respuesta.







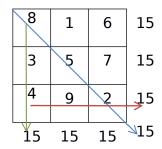




### **Apartado B**

Un cuadrado mágico es un cuadrado dividido en casillas en donde se colocan números de tal forma que la suma de los números que hay en cualquier fila, columna o bien en cualquiera de las diagonales da el mismo resultado.

Por ejemplo, este cuadrado es mágico:



El número que obtenemos en las distintas se la llama **constante mágica**. En este caso es el 15.

Ahora tienes que completar las casillas de un cuadrado mágico de tamaño 4 x 4, con los números del 1 al 16, todos y sin repetirse, uno en cada casilla.

Puedes conseguir ocho de los números con las pistas que tienes en la tabla siguiente. Escríbelos en ella, en la casilla correspondiente. Y luego los colocas en el cuadrado mágico.

El resto de casillas tienes que rellenarlas con los números que te queden.

Casilla	Número que has de colocar	Casilla	Número que has de colocar
A.1	Número de dos cifras que sólo tiene divisores pares, si exceptuamos el 1	B.3	Número de una cifra que no es múltiplo ni divisor de ningún otro número del 1 al 10.
A.3	El resultado de esta operación: $\frac{(3 2)^3 \cdot 3^0}{3^4}$	C.2	El número de alumnos que practican ajedrez, sabiendo que es el 33,3 % de una clase de 30 alumnos.
B.1	El número por el que hay que dividir el 38 para que el cociente sea 19.	C.3	La solución positiva de esta ecuación $x^2 - 5x - 6 = 0$
B.2	El lado del cuadrado cuya superficie es 121 m²	D:2	El volumen de un cubo de 2 cm de arista

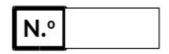
Escribe en este cuadrado la solución, pero puedes practicar en los cuadrados que te hemos dejado para ello.









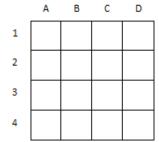


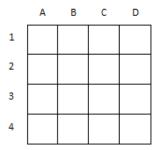
2.º de ESO

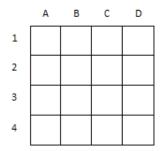
	Α	В	С	D
1				
2				
3				
4				

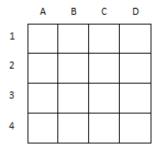
¿Cuál es la constante mágica de este cuadrado?

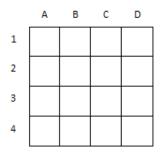
#### **PARA PRACTICAR**

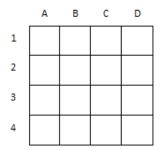










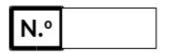












#### **PROBLEMA 3**

Cuando hablamos de números decimales y de cifras decimales, no se tienen en cuenta los ceros a la derecha de las cifras decimales 'significativas' (las que son distintas de cero). Ejemplo: 2,4508000 es un número decimal con cuatro cifras decimales.

- Responde a cada cuestión: SÍ o NO.
- Si la respuesta es SÍ, pon un ejemplo para demostrarlo. Si la respuesta es NO, explica por qué.
- a) ¿Puede haber dos números con infinitas cifras decimales, tales que al restarlos su diferencia no tenga infinitas cifras decimales?
- **b)** ¿Puede haber dos números decimales, uno con tres cifras decimales y otro con dos cifras decimales, tales que su producto tenga menos de cinco cifras decimales?

c) El producto de dos números con infinitas cifras decimales ¿puede ser un número que no tenga infinitas cifras decimales?

**d)** ¿Puede ocurrir que si dividimos dos números, ambos con un número finito de cifras decimales, su cociente sí que tenga un número infinito de cifras decimales?

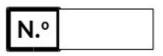
e) ¿Puede haber dos números con infinitas cifras decimales, tales que al sumarlos el resultado no tenga infinitas cifras decimales?











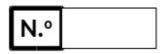
2.º de ESO











#### **PROBLEMA 4**

Te mostramos la hoja del calendario correspondiente al mes de mayo de 2023, en la que hemos destacado un cuadrado de  $4 \times 4$ :

Vamos a fijarnos sólo en esos dieciséis números del cuadrado. Si te das cuenta, la suma de los números de las cuatro esquinas es 52 y este también es el resultado de la suma de los cuatro números del centro. Pero hay más posibilidades de encontrar 4 números, entre los días del mes de mayo que están en ese cuadrado, que sumen 52.

a) Dispones de seis hojas de calendario del citado mes para que **en cada una de ellas** busques 4 números dentro de los cuadrados señalados, que al sumarlos den 52. Rodea los números elegidos.

	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
'	29	30	31		ı			29	30	31				
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31		•			29	30	31				
	1	2	3	4	5	6	7	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28	22	23	24	25	26	27	28
	29	30	31					29	30	31				

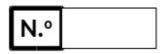
**b)** En la misma hoja de calendario podemos delimitar otros cuadrados 4x4 que contienen 16 números. Aquí hemos elegido uno. Suma los números de las esquinas. A











continuación elige otras de las seis propuestas que has señalado en el apartado a) (cuatro números que estén colocados igual) y comprueba si coincide con la suma de los números de las esquinas.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

- ¿Coinciden las sumas que has hecho, como pasaba en el apartado a)?
- ¿Qué relación hay entre la suma del apartado anterior y la de ahora? Explica por qué ocurre eso.

c) ¿Podrías explicar si va a pasar lo mismo, y por qué, si elegimos cualquier cuadrado 4x4 (que tenga dieciséis números) <u>de cualquier calendario</u>?

<u>Sugerencia</u>: puede ser muy útil emplear alguna letra, como cuando trabajas en álgebra. Ten en cuenta que cada semana tiene 7 días y que los días se numeran correlativamente.